

Elektrik trifft Mechanik

Elektromechanische Analogien

Akustik-Serie Teil 3

Im dritten Teil unserer Serie zur Akustik stellen wir elektromechanische Analogien vor und erklären beispielsweise, warum der menschliche Körper in verschiedenen Frequenzbereichen schwingt. Wir zeigen außerdem, wie man aus vorgegebenen mechanischen bzw. akustischen Schwingungsgebilden die dazugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder erstellt.

Mechanische Schwingungsgebilde bestehen im Prinzip aus drei Grundelementen.

Es sind dies:

- die Masse m (Einheit: kg) als Speicher für Bewegungsenergie (= kinetische Energie),
- die Nachgiebigkeit n (Einheit: m/N), z. B. eine Feder, als Speicher für Lageenergie (= potenzielle Energie) und
- der Reibungs- oder Verlustwiderstand r (Einheit: Ns/m) als Energieverbraucher oder mechanischer Verlustwiderstand.

Die von diesen Elementen pro Zeiteinheit aufgenommene bzw. in Wärme umgesetzte Energie, d. h. die mechanische Leistung, ist gleich dem Produkt aus der einwirkenden Schwingungskraft F (Einheit: N oder Newton) und der durch sie hervorgerufenen mechanischen Schwinggeschwindigkeit oder Schnelle v (Einheit: m/s).

Ganz Analoges gilt auch für akustische Schwingungsgebilde, wo man es an Stelle einer Schwingungskraft F mit dem Schalldruck p zu tun hat. Und an Stelle von körperlichen, d. h. „anfassbaren“ Mas-

sen und Federn, hat man es in der Akustik mit unsichtbaren Massen und unsichtbaren Nachgiebigkeiten zu tun; siehe dazu auch den Helmholtz-Resonator im ersten Beitrag dieser Serie.

Vom Standpunkt der Physik aus gesehen, kann auch der menschliche Körper als eine komplexe Ansammlung von mechanischen Schwingungsgebilden mit vielen verschiedenen Eigenfrequenzen betrachtet werden (siehe Titelbild). Kenntnisse über diese Gebilde und über ihr interaktives Zusammenwirken können von großer Bedeutung sein auch für den Arbeitsschutz, z. B. für die Beurteilung von Tätigkeiten an schwingenden Maschinen oder ähnlichen Geräten sowie deren Einfluss auf unseren Organismus. Aber auch bei der Entwicklung akustischer Schwingungsgebilde mit nicht sichtbaren Schwingungselementen, nämlich mit Hohlraummassen und Hohlraumfedern, beispielsweise von Kfz-Abgasdämpfern (= akustischer Tiefpass), können Kenntnisse, wie sie nachfolgend vermittelt werden, hilfreich sein.

Zwischen den drei genannten mechanischen Grundelementen und den drei Grundbauteilen der Elektrotechnik, nämlich der Induktivität L , der Kapazität C und dem elektrischen Widerstand R , bestehen erstaunliche Analogien (siehe Bild 1), die man als wertvolles Hilfsmittel bei der Entwicklung beispielsweise von Mikrofonen, Kopfhörern oder Lautsprechern einsetzen kann. Elektrotechniker tun sich leichter mit Arbeiten an elektrischen Schaltungen als an mechanischen Schwingungsgebilden (siehe auch Bild 2). Für die Bearbeitung und Lösung schwingungstech-



Zur Information:

In leicht verständlicher Form wollen wir in den kommenden Ausgaben eine **Einführung in die Arbeitsgebiete der technischen Akustik – einschließlich Schwingungstechnik – und der Elektroakustik** vermitteln.

Diese Themengebiete werden wir beleuchten:

- Akustische Grundbegriffe – Schallfeldgrößen, Pegel, Resonatoren
- Schallausbreitung – Reflexion, Beugung, Brechung und Absorption
- **Elektromechanische Analogien – Analogie erster und zweiter Art, Ersatzschaltbilder**
- Elektroakustische Wandler – Wandlerprinzipien und ihre Gesetze
- Mikrofone – vom Studiomikrofon bis zum Subminiaturmikrofon
- Kopfhörer – elektrodynamische und elektrostatische Kopfhörer
- Lautsprecher – von den Anfängen bis zur Bassreflexbox
- Beschallungstechnik – gerichtete Schallabstrahlung, Linienstrahler
- Raum- und Bauakustik – sabinesches Gesetz, Nachhallzeit und äquivalente Absorptionsfläche
- Gehör – Lautstärke, Lautheit, Hörverlust, Hörgeräte, Audiometrie
- Persönlicher Schallschutz – von passiven Gehörschutzmitteln bis zum aktiven Schallschutz mittels „Antischall“
- Akustische Messräume – reflexionsarme Räume, Messboxen und Hallräume
- Körperschall und Vibrationen – Accelerometer und Ladungsverstärker
- Wasserschall – Schallausbreitung im Wasser, Hydrofone und Wasserschall-Messtanks
- Ultraschall und Infrarotschall – natürliche und industrielle Quellen

Theoretische Zusammenhänge werden nur so weit vertieft, wie es für das Verständnis des Stoffs notwendig ist. Auf mathematische Ausdrücke (Gleichungen, Formeln) wird im Text so weit wie möglich verzichtet. Anschauliche Illustrationen unterstützen diese Beiträge. Autor dieser Serie ist Prof. Dr.-Ing. Ivar Veit.

nischer Aufgaben sind diese Analogien ein willkommenes „Werkzeug“. Mit ihrer Hilfe lassen sich zu jedem Schwingungsgebilde sehr leicht äquivalente elektrische Ersatzschaltbilder erstellen.

Bei der Schwingungsanregung einer Masse m mit einer sinusförmigen Schwingungskraft wird aus dem newtonschen Kraftgesetz in der normalerweise üblichen Schreibweise (Masse m mal Beschleunigung dv/dt) der Ausdruck: $j\omega m \cdot v$. Entsprechendes gilt auch für eine Induktivität L , wenn diese an eine sinusförmige Signalquelle angeschlossen ist. Dafür gilt der in der Elektrotechnik gut bekannte Ausdruck $j\omega L \cdot i$. Mit anderen Worten: Aus dem Differentialausdruck d/dt wird somit $j\omega$.

Siehe dazu den oberen Teil von **Bild 1**. Und aus dem Integralausdruck $\int idt$ wird $i/j\omega$ und aus dem Integral $\int vdt$ wird $v/j\omega$ – im weiteren Verlauf dieser Artikelserie kommen wir darauf noch zurück.

Fügt man die im **Bild 2** dargestellten Schwingungsgebilde bzw. Schaltungselemente so zusammen, wie

Elektrische und mechanische Größen von Energiespeichern und Energieverbrauchern:	
$u = \frac{1}{C} \cdot \int idt$	$F = \frac{1}{n} \cdot \int vdt$ (hookesches Gesetz)
$u = L \cdot \frac{di}{dt}$ $= j\omega L \cdot i$	$F = m \cdot \frac{dv}{dt}$ (newtonsches Kraftgesetz) $= j\omega m \cdot v$
... bei Anregung mit einem <i>sin</i> - oder <i>cos</i> -förmigen Signal (ω = Kreisfrequenz):	
$u = R \cdot i$	$F = r \cdot v$

Bild 1: Gegenüberstellung elektrischer und mechanischer Größen:
 u = elektrische Spannung, i = elektrischer Strom, C = elektrische Kapazität,
 L = elektrische Induktivität, R = elektrischer Widerstand, F = mechanische Kraft,
 v = mechanische Schnelle, n = mechanische Nachgiebigkeit, m = Masse,
 r = mechanischer Verlustwiderstand

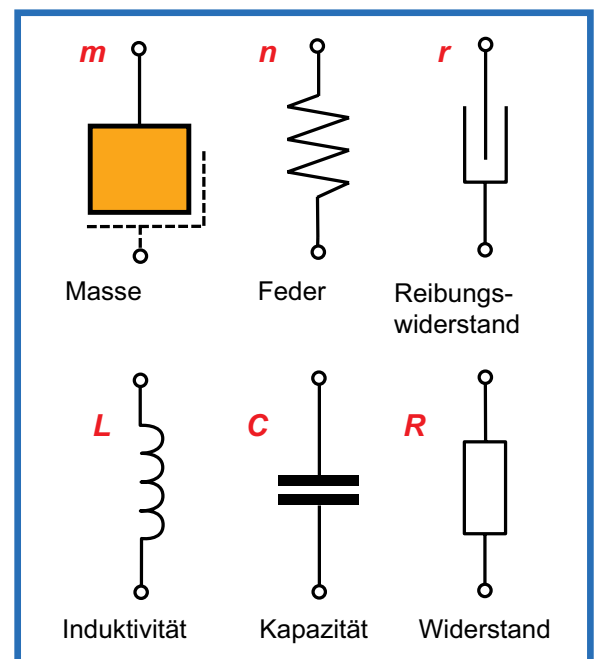


Bild 2: Grundelemente mechanischer Schwingungsgebilde bzw. elektrischer Schaltungen. Alle Elemente haben zwei „Anschlüsse“, mit Ausnahme der mechanischen Masse m . Das scheint aber nur so, denn auf die Masse wirkt die Erdanziehung (Gravitation) und so hat auch die Masse einen zweiten „Anschluss“, der i. A. aber nicht gesondert dargestellt wird. Hier ist er gestrichelt eingezeichnet.

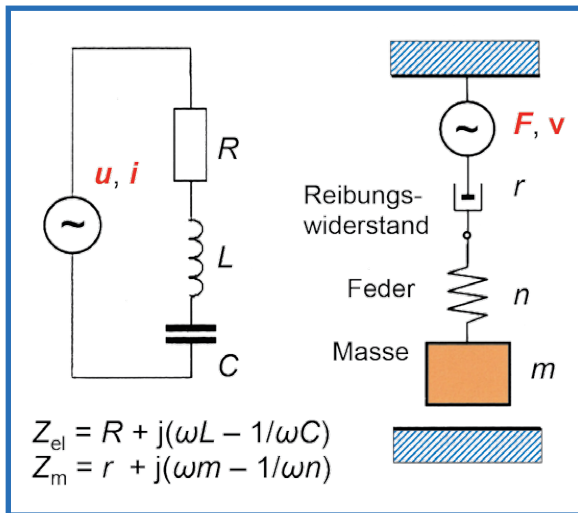


Bild 3: Vergleich der komplexen Impedanzen von elektrischem und mechanischem Serienschwingkreis im Vergleich, und zwar bei Anregung mit einem sin- bzw. cos-förmigem Signal (ω = Kreisfrequenz). Die Analogien bezüglich Realteil und Imaginärteil sind unübersehbar.

Schwingungskraft F	→	elektrische Spannung u
Schwingschnelle v	→	elektrischer Strom i
Masse m	→	Induktivität L
Nachgiebigkeit n	→	Kapazität C
Reibungswiderstand r	→	ohmscher Widerstand R

Bild 4: Kraft-Spannungs-Analogie oder Analogie erster Art

Schwingungskraft F	→	elektrischer Strom i
Schwingschnelle v	→	elektrische Spannung u
Masse m	→	Kapazität C
Nachgiebigkeit n	→	Induktivität L
Reibungswiderstand r	→	ohmscher Leitwert G

Bild 5: Kraft-Strom-Analogie oder Analogie zweiter Art

das im Bild 3 zu sehen ist, so erkennt man auch hinsichtlich der sich dafür ergebenden komplexen Impedanzen Z_{el} und Z_m eine bemerkenswerte Ähnlichkeit. Doch nun zu den eigentlichen Analogien erster und zweiter Art.

Analogien erster und zweiter Art

Vergleicht man die im Bild 1 gezeigten Gegenüberstellungen von elektrischen und mechanischen Gesetzmäßigkeiten miteinander, so entsprechen sich dort zunächst die im Bild 4 gezeigten Größen. Da dort die Kraft F der elektrischen Spannung u entspricht, bezeichnet man diese Analogie auch als Kraft-Spannungs-Analogie oder als Analogie erster

Art. Die Anwendung dieser Analogie hat allerdings einen kleinen Schönheitsfehler, nämlich, dass einer mechanischen Parallelschaltung von Elementen eine elektrische Serienschaltung entspricht und umgekehrt. Verwendet man diese Analogie, so bekommt man als Ergebnis stets eine „duale Schaltung“.

Möchte man dagegen die „Schaltungstreue“ bewahren, d. h., dass z. B. aus einer mechanischen Serienschaltung auch eine elektrische Serienschaltung entsteht, so gibt es dafür eine andere Möglichkeit, nämlich die Verwendung der Analogie zweiter Art oder der Kraft-Strom-Analogie (Bild 5). In diesem Falle entspricht der Kraft F der elektrische Strom i . Gemäß dieser Analogie wird die Schaltungstreue beibehalten, stattdessen aber gilt jetzt die sogenannte Widerstandsreziprozität, d. h., einem mechanischen Reibungswiderstand r entspricht in der analogen elektrischen Schaltung jetzt ein elektrischer Leitwert $G (= 1/R)$.

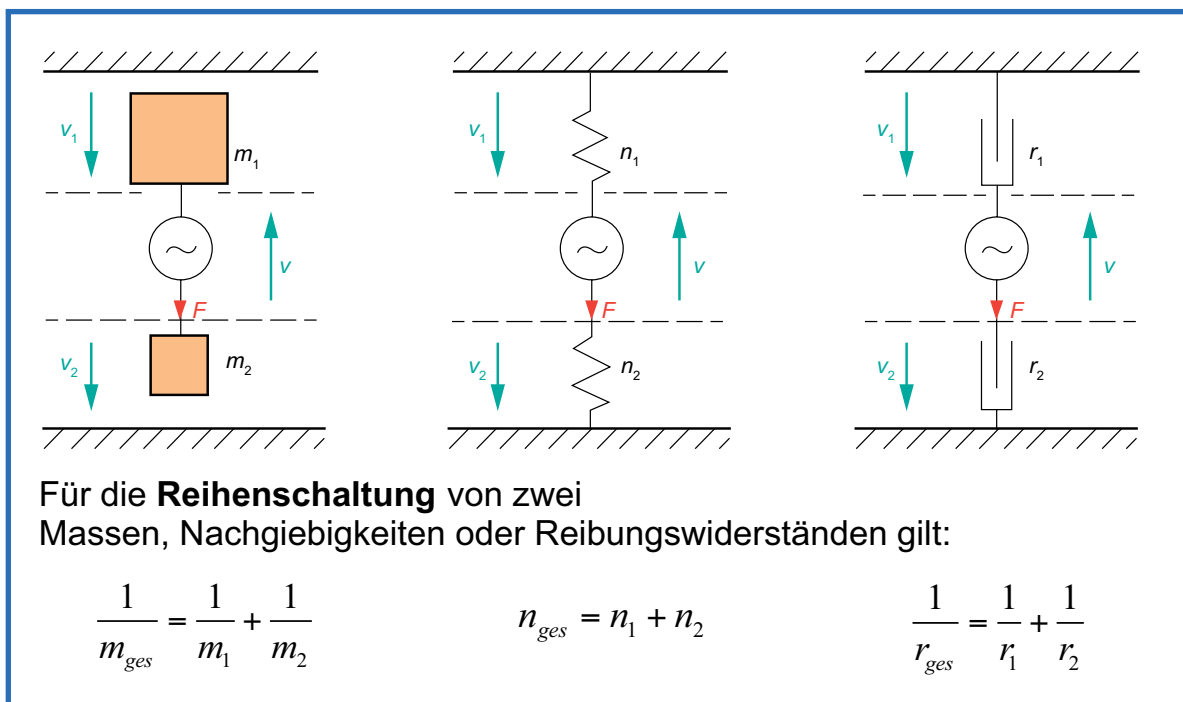
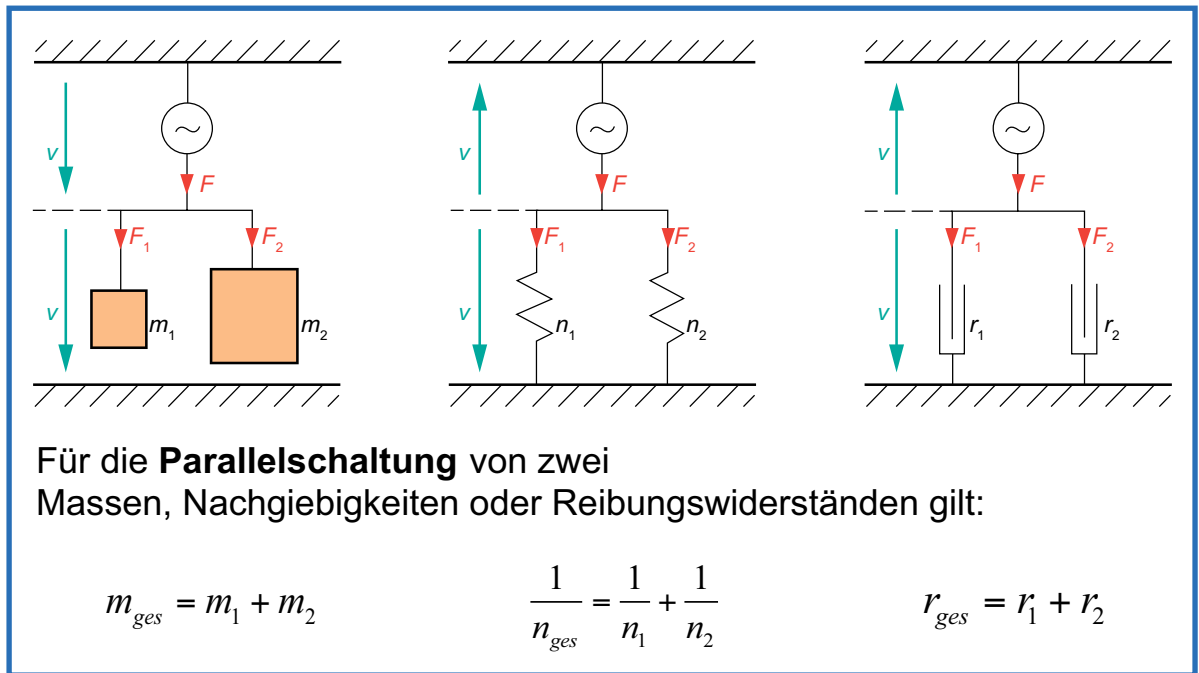


Bild 6: Reihenschaltung zweier Massen, zweier Nachgiebigkeiten bzw. zweier Reibungswiderstände



Bild 7: Parallelschaltung zweier Massen, zweier Nachgiebigkeiten bzw. zweier Reibungswiderstände



Wichtig ist aber eines: Beide Analogien sind absolut gleichwertig! Ihre Anwendung hängt lediglich von der jeweiligen Aufgabenstellung ab. Beispiele werden im Folgenden noch gezeigt.

Mechanische Reihen- und Parallelschaltungen und deren elektrische Ersatzschaltungen

Für mechanische Schaltungsgebilde, die aus Massen, Nachgiebigkeiten und/oder Reibungswiderständen bestehen, gelten ganz analoge Gesetze, wie sie von elektrischen Schaltkreisen her bekannt sind, die aus Induktivitäten, Kapazitäten und/oder ohmschen Widerständen bestehen, siehe Bild 6. Eine Reihenschaltung von Massen bzw. von Reibungswiderständen verhält sich quantitativ genauso wie eine Parallelschaltung von elektrischen Widerständen. Eine Reihenschaltung von Federn dagegen verhält sich so wie eine Reihenschaltung von elektrischen Widerständen. Das kann man sich auch gut veranschaulichen: Von zwei in Reihe geschalteten Federn bestimmt diejenige Feder, die die größte Nachgiebigkeit n besitzt, d. h. die mit der kleinsten Steife $s (= 1/n)$, die Wirkung der gesamten Federanordnung.

Eine Parallelschaltung von Massen bzw. von Reibungswiderständen verhält sich quantitativ genauso wie eine Reihenschaltung von elektrischen Widerständen. Eine Parallelschaltung von Federn dagegen verhält sich so wie eine Parallelschaltung von elektrischen Widerständen, siehe Bild 7.

Bei einer Reihenschaltung von mechanischen Elementen sind die auf die einzelnen Elemente ausgeübten Teilkräfte einander gleich und damit gleich der Gesamtkraft F . Die Gesamtschnelle v dagegen setzt sich zusammen aus der Summe der Teilschnellen, oder konkret, bezogen auf die Darstellung im Bild 6, ist diese gleich der Summe aus $v_1 + v_2$. Bei der Parallelschaltung liegen die Verhältnisse genau umgekehrt. Dort teilt sich die gesamte Schwingungskraft F auf, und zwar in die Teilkräfte $F_1 + F_2$. Die gesamte Schwingungsschnelle v dagegen ist dort gleich der Schnelle, mit der alle Einzelemente gleichermaßen in Schwingungen versetzt werden.

Kommen wir nun zur praktischen Anwendung der Analogien und betrachten dazu einen mechanischen Parallelschwingkreis, bestehend aus einer Nachgiebigkeit n_p , einer Masse m_p und einem Reibungswiderstand r_p , siehe Bild 8.

Der mechanischen Impedanz $Z_{mp} (= F/v) = j\omega m_p + r_p + 1/j\omega n_p$ entspricht in der Ersatzschaltung nach Analogie 1 eine elektrische Impedanz $Z = j\omega L_r + R_r + 1/j\omega C_r$ und nach Analogie 2 ergibt das eine elektrische Admittanz $Y (= 1/Z)$.

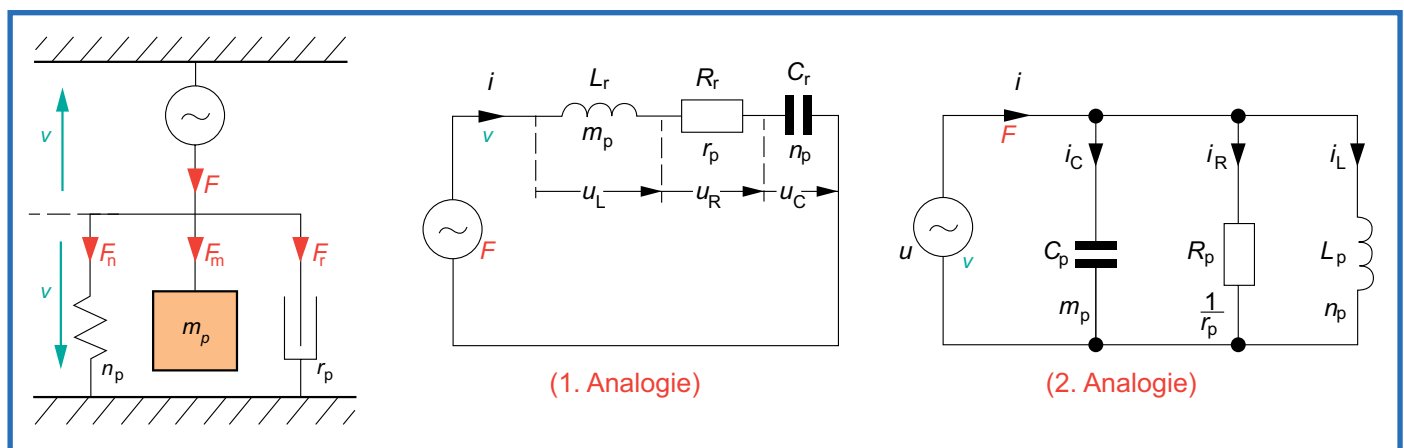


Bild 8: Mechanischer Parallelschwingkreis. Rechts daneben seine beiden elektrischen Ersatzschaltbilder nach den Analogien 1 und 2

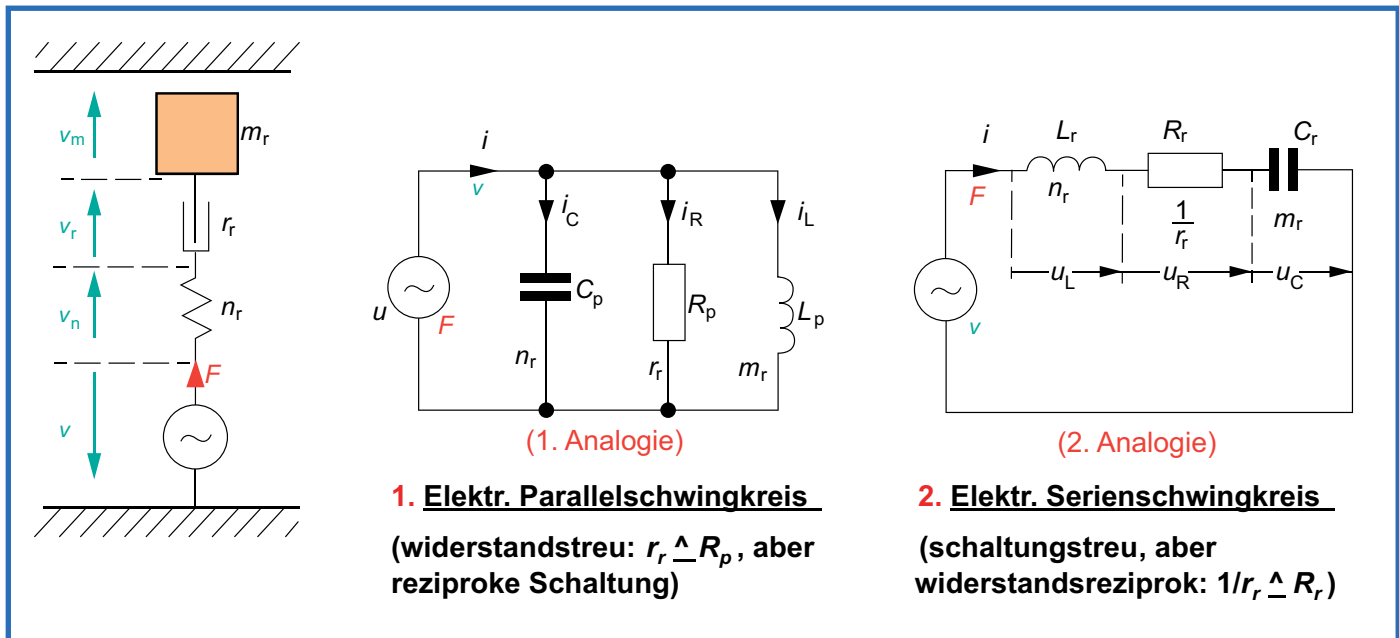


Bild 9: Mechanischer Reihenschwingkreis. Rechts daneben seine beiden elektrischen Ersatzschaltbilder nach den Analogien 1 und 2

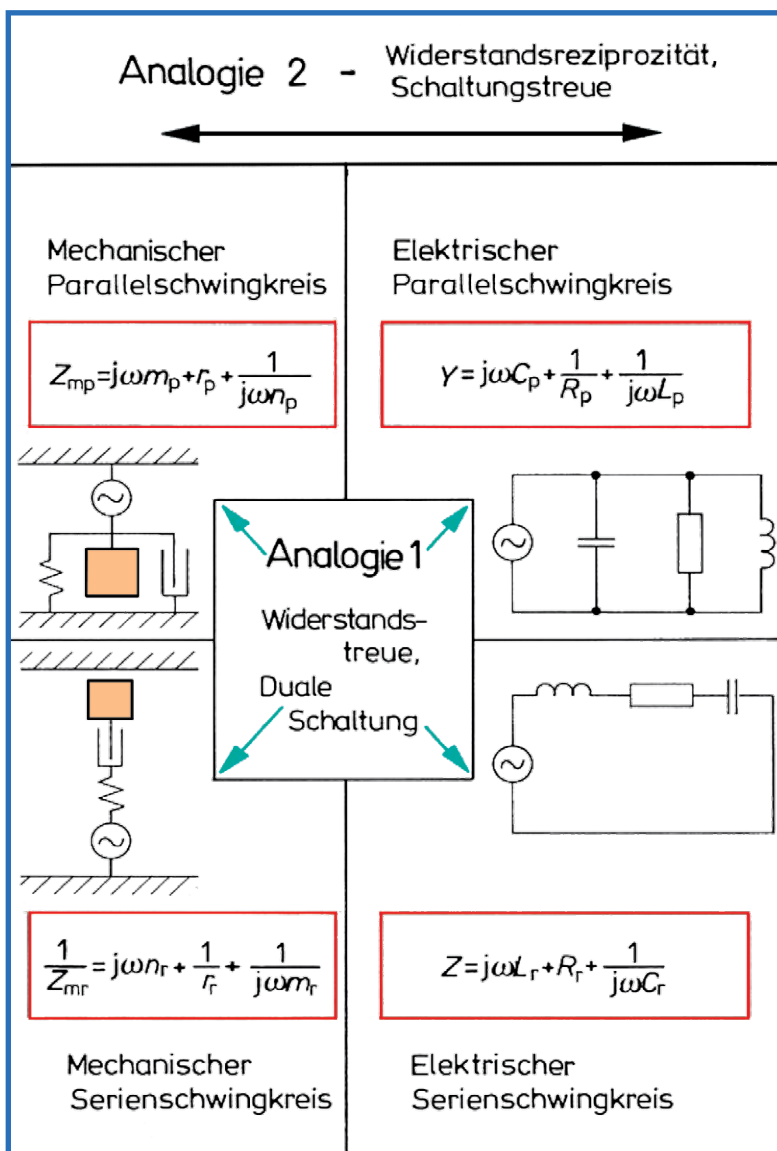


Bild 10: Gegenüberstellung der beiden elektromechanischen Analogien 1 und 2 am Beispiel von mechanischen Schwingkreisen

Das Bild 9 zeigt einen mechanischen Serienschwingkreis und seine Umsetzung in seine elektrischen Ersatzschaltbilder nach den beiden Analogien 1 und 2.

Das Bild 10 zeigt die Unterschiede zwischen den beiden Analogien noch einmal in einer Zusammenfassung: Die Darstellung eines mechanischen Schwingungsgebildes durch ein analoges elektrisches Ersatzschaltbild ergibt nach Analogie 1 eine widerstandstreu Abbildung in der dualen Schaltung und nach der Analogie 2 eine widerstandsreziproke Abbildung in der gleichen Schaltung (Schaltungstreu).

Grundlegende Schwingungsgebilde für die Praxis

Im Jahre 1920 haben W. Hahnemann und H. Hecht eine Reihe typischer Schwingungsgebilde untersucht und als Ergebnis dieser Untersuchungen zwei Grundformen oder Prototypen von mechanischen und akustischen Schwingungsgebilden beschrieben und eingeführt. Die eine Grundform, nämlich für mechanische Schwinger, bestehend aus festem Material, das ist der sogenannte Tonpilz, und die andere Grundform für akustische Schwingungsgebilde (flüssig oder gasförmig), das ist der sogenannte Tonraum, siehe Bild 11.

Nachfolgend beschränken wir uns hier nur auf das für die Akustik besonders wichtige Gebilde, nämlich den Tonraum. Er besteht im Prinzip aus zwei geschlossenen, schallhart berandeten Hohlräumen mit den Volumina V_1 und V_2 und einem Rohr, das diese beiden Kammern miteinander verbindet. Beide Hohlräume wirken schwingungstechnisch und auch akustisch wie zwei Federn mit den Nachgiebigkeiten n_1 und n_2 . Das im Verbindungsrohr zwischen beiden enthaltene Luftvolumen ($S \times l$) wirkt wie eine akustische Masse m , die im Anregungsfall unkomprimiert hin und her schwingt. Im ersten Teil dieser Artikelserie wurde dieser Effekt bereits erklärt, und zwar im



Zusammenhang mit dem dort bereits behandelten helmholtzischen Hohlraumresonator. Das Ersatzschaltbild nach der Analogie 1 mit der Darstellung der Masse durch eine Induktivität trifft die physikalische Funktion besonders gut. Grundsätzlich gilt aber auch die Darstellung nach der Analogie 2.

Wird ein solcher Tonraum durch eine Wechselkraft angeregt, so schwingt die im Verbindungskanal befindliche Gas- oder Flüssigkeitsmenge hin und her, wobei sie an den beiden Enden auf die Federwirkung der Volumina 1 und 2 stößt. An den Kanallenden reißt die Strömung nicht schlagartig ab, sondern sie breitet sich auch etwas in die Hohlräume hinein aus. Die effektive Länge des Kanals erfährt dadurch beidseitig eine leichte Verlängerung, die man rechnerisch durch eine doppelte Mündungskorrektur, nämlich zweimal $R \cdot \pi/4$, berücksichtigt.

In der Darstellung nach Analogie 1 sei hier noch auf eine Besonderheit hingewiesen, nämlich auf die Großschreibung der Symbole für die akustische Masse $M (= m/S^2)$ und für die akustische Nachgiebigkeit $N (= n \cdot S^2)$. Diese Größen haben damit etwas zu tun, dass man in der Akustik mit dem Schalldruck p und nicht mit der Schwingungskraft F arbeitet. Insofern empfiehlt es sich, für akustische Schwingungsgebilde eher die elektrische Ersatzschaltung gemäß Analogie 1 zu verwenden.

Nimmt man jetzt an, dass einer der beiden Hohlräume, V_1 oder V_2 , unendlich groß wird, so bekommt man schließlich ein Resonatorgebilde, wie es seinerzeit Helmholtz für seine Klanganalysen benutzt hat und der nach ihm als Helmholtz-Resonator benannt wurde und als solcher allgemein bekannt ist, siehe Bild 12. Ein Vergleich der Bilder 11 und 12 miteinander verdeutlicht den Zusammenhang zwischen den beiden Berechnungsformeln zur Bestimmung der jeweiligen Resonanzfrequenz.

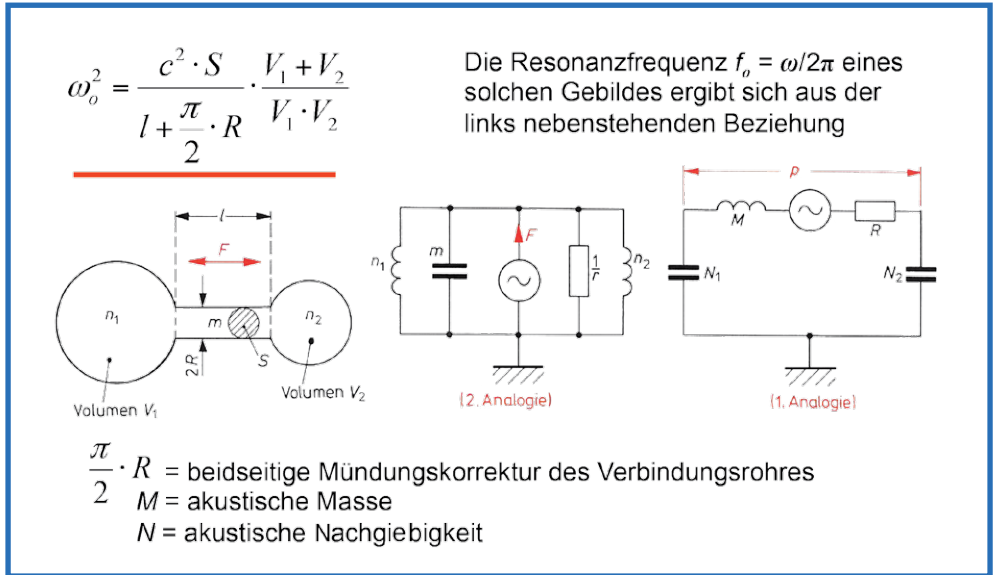


Bild 11: Der Tonraum und seine elektrischen Ersatzschaltungen gemäß den Analogien 1 und 2.

Akustische Siebketten

Durch eine gezielte Aneinanderreihung von Helmholtz-Resonatoren kann man akustische Siebketten aufbauen, die eine vielfältige Anwendung in der Praxis finden. Das Bild 13 zeigt als Beispiel dafür einen auf diese Weise entstandenen akustischen Tiefpass mit dem dazugehörigen elektrischen Ersatzschaltbild nach Analogie 1. Derartige Siebketten besitzen nur so lange Filtereigenschaften, bis die Rohr- und Hohlraumabmessungen klein sind im Vergleich zur Viertelwellenlänge ($\lambda/4$) der Schallfrequenz. Bei sehr hohen Frequenzen ist diese Bedingung nicht immer erfüllt.

Akustische Siebketten benutzt man in der Praxis z. B. zur Schalldämpfung in Belüftungskanälen oder in Auspuffanlagen von Kraftfahrzeugen. Eine Tiefpassanordnung, wie sie im Bild 13 dargestellt ist, lässt Auspuffgase (Gleichströmung) ungehindert hindurch, während die höherfrequenten, lärmhaltenden Geräuschanteile am Austritt ins Freie gehindert werden.

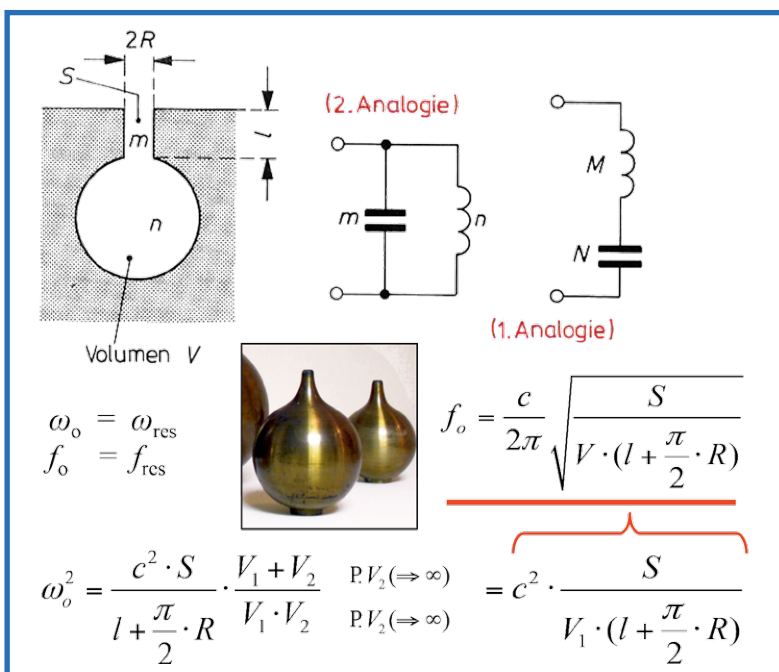


Bild 12: Der Helmholtz-Resonator und seine elektrischen Ersatzschaltungen nach den Analogien 1 und 2, „abgeleitet“ aus dem Tonraum

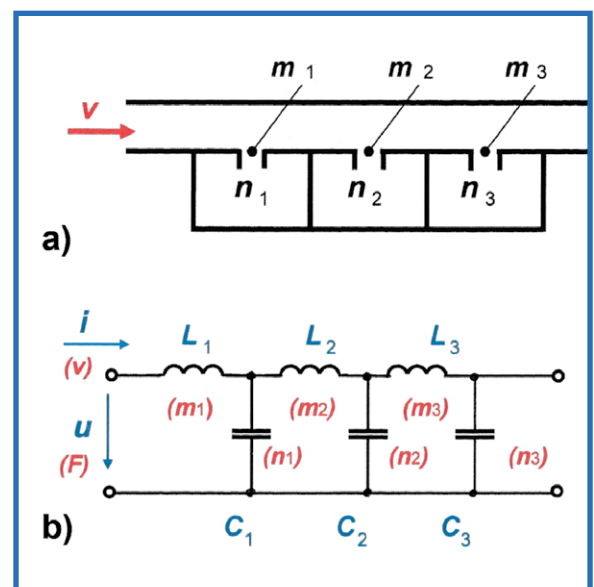


Bild 13: a) Akustische Siebkette (Tiefpass), Prinzipdarstellung, b) Elektrisches Ersatzschaltbild nach Analogie 1

Konstruktionsbeispiel von elektrischen Ersatzschaltungen für ein umfangreicheres mechanisches Schwingungsgebilde

Hat man es mit einem mechanischen oder auch akustischen Schwingungsgebilde zu tun, das aus einer Vielzahl von Massen, Federn und Reibungswiderständen besteht, die sowohl parallel als auch in Serie geschaltet sein können, so sollte vor Beginn jeglicher Analogiebetrachtung zunächst die den schwingungstechnischen Sachverhalt richtig wiedergebende mechanische Anordnung konstruiert werden (Bild 14a). Im nächsten Schritt empfiehlt es sich, diese Anordnung so umzuzeichnen, dass man Reihen- und Parallelschaltungen deutlich erkennen und voneinander unterscheiden kann (Bild 14b). Für dieses Gebilde lassen sich die elektrischen Ersatzschaltbilder wie folgt konstruieren:

Nach Analogie 1 (Darstellung c): Die Kraft F_1 entspricht der elektrischen Spannung u_1 , und die Schnelle v_1 entspricht dem elektrischen Strom i_1 . Die Umwandlung erfolgt widerstandsgetreu, aber sie ergibt eine duale Schaltung. Aus den beiden mechanischen Parallelschwingkreisen (m_1, n_1, r_1) und (m_3, n_3, r_3) entstehen zwei elektrische Serienschwingkreise (L_1, C_1, R_1) und (L_3, C_3, R_3) . Und aus der mechanischen Parallelschaltung (n_2, r_2) , die mit dem Schwingkreis (m_3, n_3, r_3) in Serie liegt, entsteht die elektrische Parallelschaltung von (C_2, R_2) und (L_3, C_3, R_3) .

Nach Analogie 2 (Darstellung d): Die Kraft F_1 entspricht jetzt dem elektrischen Strom i_1 , und die Schnelle v_1 entspricht der elektrischen Spannung u_1 . Die Umwandlung erfolgt hier schaltungsgetreu, jedoch widerstandsreziprok. Das bedeutet, dass aus den beiden mechanischen Parallelschwingkreisen

(m_1, n_1, r_1) und (m_3, n_3, r_3) auch elektrische Parallelschwingkreise entstehen, wobei infolge der Widerstandsreziprozität die Widerstände R_1 und R_2 den Kehrwerten $1/r_1$ und $1/r_2$ entsprechen. Und aus der mechanischen Parallelschaltung (n_2, r_2) , die mit dem Schwingkreis (m_3, n_3, r_3) mechanisch in Serie liegt, entsteht die elektrische Parallelschaltung (L_2, R_2) , die mit dem elektrischen Parallelschwingkreis (L_3, C_3, R_3) in Serie geschaltet ist. Auch hierbei ist darauf zu achten, dass wegen der Widerstandsreziprozität R_2 dem Kehrwert $1/r_2$ entspricht.

Ausblick

In diesem dritten Teil der Artikelserie zum Thema Akustik wurden die elektromechanischen Analogien erster und zweiter Art vorgestellt und behandelt. Es wurde gezeigt, wie man von vorgegebenen mechanischen bzw. akustischen Schwingungsgebilden die dazugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder erstellt.

Im nächsten Teil wird ein für die Elektroakustik besonders wichtiges und zentrales Thema behandelt, nämlich die elektroakustischen Wandler, insbesondere ihre Funktionsprinzipien und -gesetze sowie deren praktische Ausführungsformen. Bei Mikrofonen sind es hauptsächlich das elektrostatische und das elektrodynamische Wandlerprinzip, das sowohl bei Studiomikrofonen als auch bei den winzig kleinen Ausführungen für Hörgeräte zum Einsatz kommt. Bei den Hörgeräten sind es heute ausschließlich sehr kleine Elektretmikrofone. Bei Lautsprechern dominieren weltweit elektrodynamische Systeme. Darüber wird in der nächsten Folge dieser Reihe ausführlich berichtet. Natürlich kommt auch die bei Schallwandlern verwendete Mess- und Prüftechnik zur Sprache. **ELV**

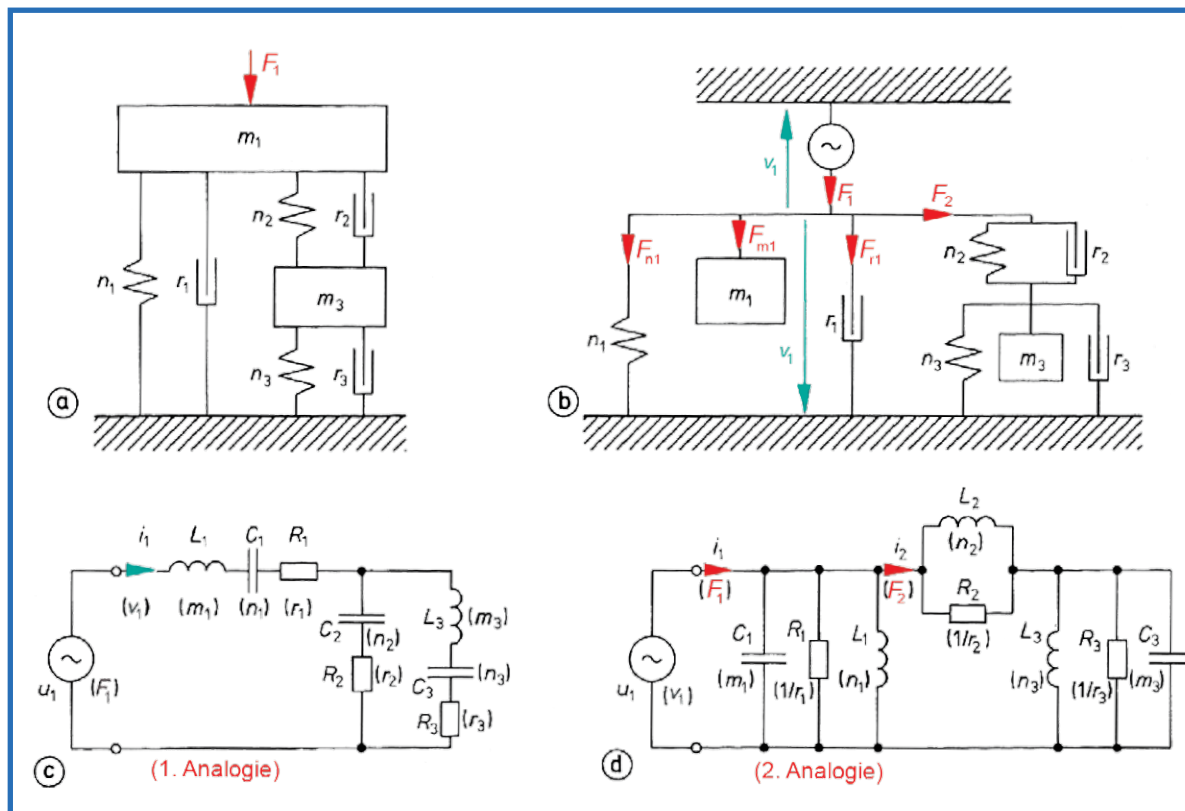


Bild 14: Vorgegebenes Schwingungsgebilde (a), sein mechanisches Schaltbild (b) und die dazugehörigen elektrischen Ersatzschaltbilder nach den Analogien 1 (c) und 2 (d)