

# Universal- Filterschaltungen

***Diese Artikelserie beschreibt Vorgehensweisen für die Realisierung von analogen Filterschaltungen aktiver und passiver Bauweise. Die für die Dimensionierung erforderlichen mathematischen Grundlagen werden dargelegt und praktische Schaltungen vorgestellt.***

## Allgemeines

Filter können sowohl aktiv als auch passiv ausgeführt werden. Aktive Filter sind aufgrund der Entkopplung durch einzelne Verstärkungsstufen auch bei höheren Ordnungen wesentlich einfacher dimensionierbar, da eine Kaskadierung von mehreren Filterstufen ohne gegenseitige Beeinflussung problemlos möglich ist. Eine Begrenzung der Einsatzmöglichkeiten dieser Fil-

ter ist meistens durch die Frequenz des Nutzsymbols gegeben. Liegt diese im kHz-Bereich, so sind aktive Filter problemlos mit Standard-Operationsverstärkern realisierbar. Für höhere Frequenzen sind hochwertigere OPs mit Verstärkungs-Bandbreitenprodukten von mehreren 10 MHz und hoher Großsignalbandbreite erforderlich, was die Kosten schnell in die Höhe treiben kann. Bei noch höheren Frequenzen sind dann passive Lösungen gefragt, die aufgrund der Verkopplung der einzelnen Bau-

elemente und Stufen schwieriger zu berechnen sind.

### Technische Daten: Universal-Tiefpass

Filterordnung: .... wahlweise 2 oder 3  
Betriebsspannung  $U_b$ :  $\pm$  (5 bis 18V)  
max. Grenzfrequenz: ..... 100 kHz  
max. Eingangsfrequenz: ..... 100 kHz  
max. Eingangsspannung: .....  $\pm U_b$   
Stromaufnahme: ..... 1,5 mA



**Bild 1: Amplituden-Frequenzgang eines idealen Tiefpasses**

### Darlington-Verfahren

Das Darlington-Verfahren setzt die aus der Approximation erhaltene Übertragungsfunktion  $F(p)$  direkt in die Filterschaltung um. Das mathematische Verfahren ist jedoch aufwendig und wird in der Praxis selten angewandt, zumal sich dieses Verfahren in erster Linie für passive Filter eignet.

### Koeffizientenvergleich

Der Koeffizientenvergleich stützt sich auf vorhandene Filterschaltungen und deren bekannte Übertragungsfunktionen. Die Dimensionierung der Bauteile erfolgt durch den Vergleich der Koeffizienten in beiden Übertragungsfunktionen. Man erhält ein Gleichungssystem, das die entsprechenden Bauteilwerte liefert. Da in der Praxis viele aktive und passive Filterschaltungen inklusive der zugehörigen Übertragungsfunktionen bekannt sind, ist dieses Verfahren meist ein schneller Weg. Fehlt die Übertragungsfunktion zu einer Schaltung, so kann diese durch ein Netzwerkanalyseverfahren, wie z. B. das Knotenpotentialverfahren, ermittelt werden.

### Approximationsverfahren

Bei der Auswahl des Verfahrens zur Erlangung der Filterfunktion ist immer ein Kompromiß zu schließen zwischen Aufwand, erforderlicher Dämpfung, Steilheit und Phasenverlauf. Nachfolgend werden die gängigen Verfahren mit ihren Vor- und Nachteilen sowie die zugehörigen Übertragungsfunktionen für 2te und 3te Ordnung aufgeführt. Die Übertragungsfunktionen sind bereits bis in ihre endgültige Form berechnet und umgeformt, da die genaue Darstellung der Berechnung den Rahmen dieses Artikels sprengen würde.

Je nach Einsatz sind verschiedene Filtercharakteristika gefordert. Grundsätzlich kann zwischen Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandsperre und Allpass unterschieden werden.

Dabei kommt den Tiefpässen im allgemeinen die wichtigste Bedeutung zu.

Hochpässe und Bandpässe können durch geeignete Transformationen (Tiefpass  $\rightarrow$  Hochpass, Tiefpass  $\rightarrow$  Bandpass) erzeugt werden.

Abbildung 1 zeigt den Amplituden-Frequenzgang eines idealen Tiefpasses. Dieser Tiefpass besitzt an der Grenzfrequenz  $f_g$  den Sprung vom Durchlaß- in den Sperrbereich, d. h. Frequenzen unterhalb von  $f_g$  passieren das Filter, während Frequenzen oberhalb von  $f_g$  vollständig unterdrückt werden.

Die vorher genannten Anforderungen an einen Tiefpass sind in der Praxis jedoch nicht realisierbar, sondern lediglich mehr oder minder gut approximierbar.

Nachfolgend stellen wir die wesentlichen mathematischen Grundlagen vor. Das vollständige Verständnis dieser Grundlagen ist nicht unbedingt erforderlich, um die in diesem Artikel vorgestellten Filterschaltungen zu dimensionieren. Anhand der Tabellen und Beispiele ist es auch dem mathematisch nicht versierten Leser möglich, auf einfache Weise Schaltungen zu dimensionieren.

### Approximation von Filterfunktionen und Filtersyntheseverfahren

Für die Annäherung an die ideale Filterfunktion gemäß Abbildung 1 gibt es mehrere mathematische Verfahren, sogenannte Approximationsverfahren. Diese Approximationsverfahren erzeugen eine Übertragungsfunktion  $F(p)$ . Diese wird durch den Quotienten von Ausgangsspannung  $U_a(p)$  und Eingangsspannung  $U_e(p)$  definiert.

$$F(p) = \frac{U_a(p)}{U_e(p)}$$

Dabei sind  $U_a(p)$  und  $U_e(p)$  die Laplace-Transformierten der an der Filterschaltung anliegenden Spannungen. Die Übertra-

gungsfunktion eines Tiefpasses hat im allgemeinen die Form:

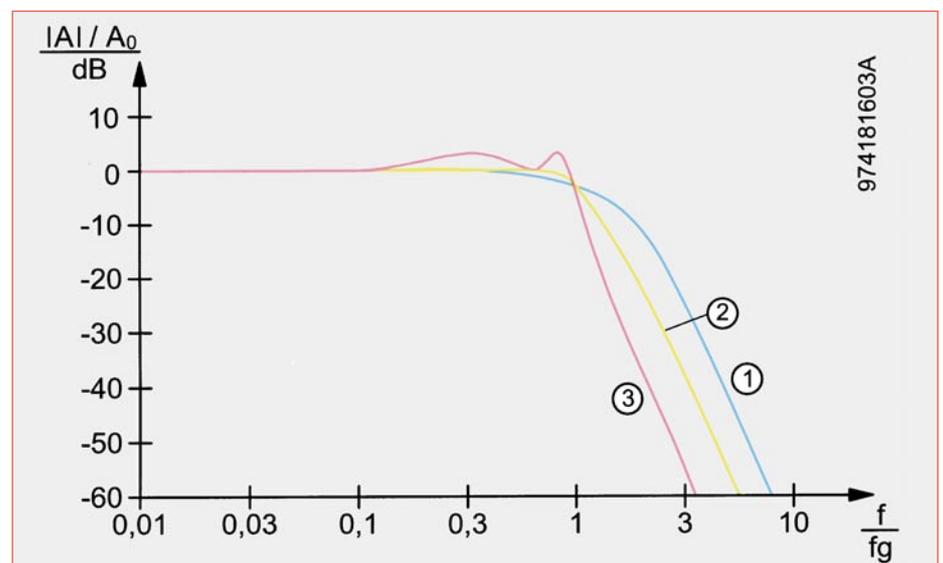
$$F(p) = \frac{A}{p^{n_1} a_n + \dots + p^2 a_2 + p a_1 + 1}$$

Darin sind  $a_n, \dots, a_2, a_1$  positive reelle Koeffizienten,  $A$  ein reeller Faktor, der lediglich eine quantitative Signalbewertung, d. h. Verstärkung, Abschwächung oder Phasendrehung von  $180^\circ$  hervorruft.

Die Filtercharakteristik wird durch die Lage der Polstellen der Übertragungsfunktion  $F(p)$  in der komplexen  $p$ -Ebene bestimmt. Im allgemeinen liefert das angewandte Approximationsverfahren die Polstellen der Übertragungsfunktion  $F(p)$ . Durch geeignete Zusammenfassung und Umformung ergibt sich dann obige Darstellungsform.

Die Ordnung  $n$  des Filters ist gleich der höchsten Potenz von  $p$  und im allgemeinen gleich der Anzahl der Reaktanzen in der Schaltung.

Die Filter-Übertragungsfunktion  $F(p)$  muß in eine äquivalente Schaltung umgesetzt werden. Gängige Verfahren zur Umsetzung in eine entsprechende Schaltung sind das Darlington-Verfahren und der Koeffizientenvergleich.



**Bild 2: Verschiedene Filterverläufe im Vergleich**

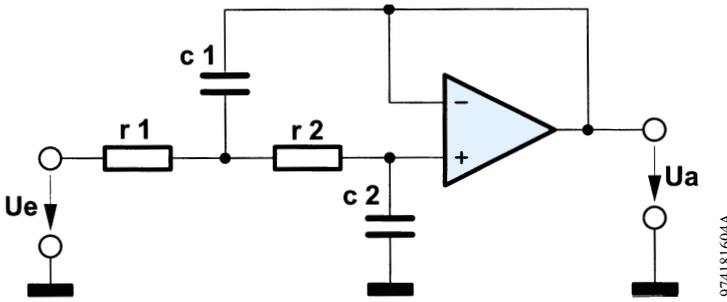


Bild 3: Filterstufe 2ter Ordnung

$$F(p) = \frac{1}{1,081p^2 + 0,996p+1}$$

3te Ordnung:

$$F(p) = \frac{1}{2,568p^3 + 2,161p^2 + 2,835p+1}$$

3dB Welligkeit im Sperrbereich, 2te Ordnung:

$$F(p) = \frac{1}{1,930p^2 + 1,065p+1}$$

3te Ordnung:

$$F(p) = \frac{1}{3,994p^3 + 2,384p^2 + 3,705p+1}$$

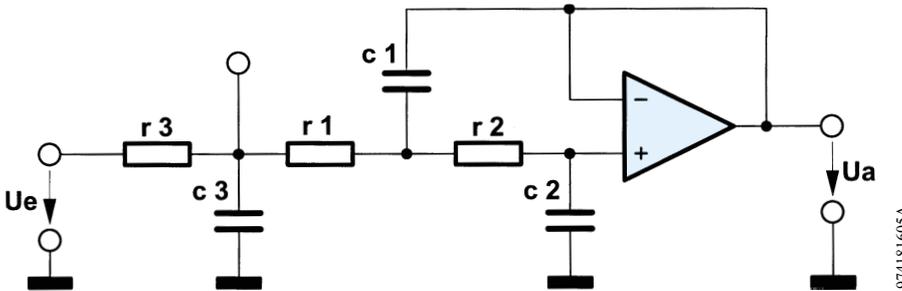


Bild 4: Filterstufe 3ter Ordnung

**Bessel-Filter**

Die Bessel-Approximation ist auf einen optimierten Phasenverlauf ausgelegt, d. h. optimales Rechteck-Übertragungsverhalten. Der Amplitudengang des Bessel-Filters verläuft aber sehr flach im Vergleich zu anderen Filtern. Das Bessel-Filter bietet nur schlechtes Selektionsverhalten. Übertragungsfunktionen der Bessel-Tiefpässe:

2te Ordnung:  $F(p) = \frac{1}{1/3p^2 + p+1}$

3te Ordnung:  $F(p) = \frac{1}{1/15p^3 + 2/5p^2 + p+1}$

**Butterworth-Filter**

Charakteristisch für Butterworth-Tiefpässe ist, daß der Amplituden-Frequenzgang lang horizontal verläuft und erst kurz vor der Grenzfrequenz scharf abknickt. Die Sprungantwort weist ein beträchtliches Überschwingen auf, das mit zunehmender Ordnung größer wird.

Übertragungsfunktionen der Butterworth-Tiefpässe:

2te Ordnung:  $F(p) = \frac{1}{p^2 + 2p+1}$

3te Ordnung:  $F(p) = \frac{1}{p^3 + 2p^2 + 2p+1}$

**Tschebyscheff-Filter**

Der Übergang vom Durchlaßbereich in den Sperrbereich ist bei Tschebyscheff-Filtern noch wesentlich steiler als bei Butterworth-Filtern. Der Amplitudengang ist aber von einer Welligkeit im Durchlaßbereich geprägt, die vor der Berechnung der Filterfunktion zu wählen ist. Grundsätzlich gilt, daß eine größere erlaubte Welligkeit eine höhere Steilheit des Übergangs vom Durchlaß- in den Sperrbereich bietet. Wir haben die Filterfunktionen für Welligkeiten von 0,5 dB, 1,5 dB und 3 dB berechnet. Das Überschwingen der Sprungantwort ist größer als beim Butterworth-Filter. Übertragungsfunktionen der Tschebyscheff-Tiefpässe:

0,5 dB Welligkeit im Sperrbereich, 2te Ordnung:

$$F(p) = \frac{1}{1,383p^2 + 1,361p+1}$$

3te Ordnung:  $F(p) = \frac{1}{2,223p^3 + 2,386p^2 + 2,504p+1}$

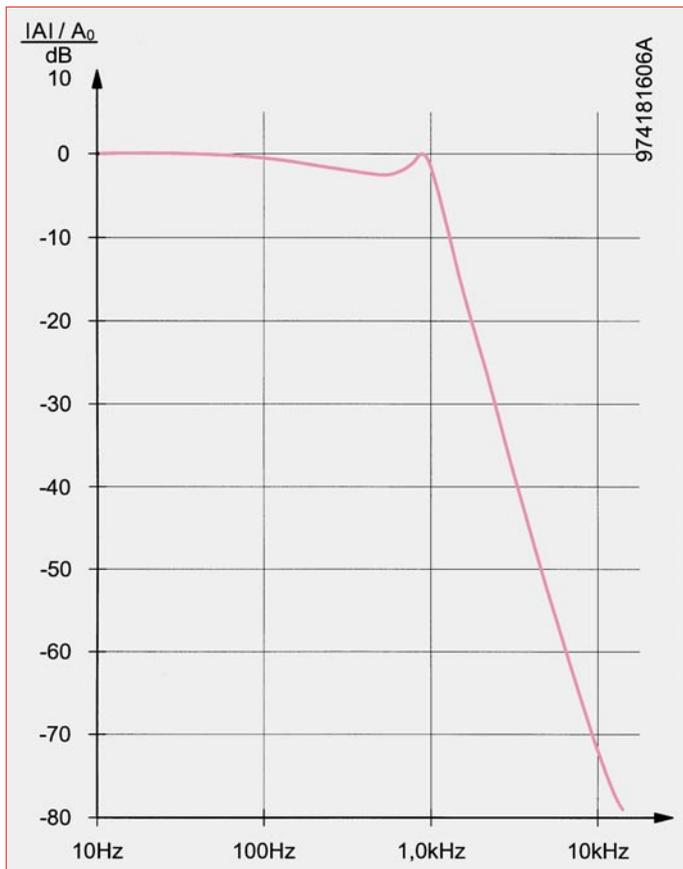
1,5 dB Welligkeit im Sperrbereich, 2te Ordnung:

Tabelle 1: normierte Bauteilwerte für die Schaltung nach Abbildung 3

Filtercharakteristik	c1	c2
Bessel	0,667	0,500
Butterworth	1,414	0,707
Tschebyscheff mit 0,5 dB Welligkeit	2,031	0,681
Tschebyscheff mit 1,5 dB Welligkeit	2,169	0,498
Tschebyscheff mit 3 dB Welligkeit	3,624	0,533

Tabelle 2: normierte Bauteilwerte für die Schaltung nach Abbildung 4

Filtercharakteristik	c1	c2	c3
Bessel	0,814	0,145	0,565
Butterworth	3,547	0,203	1,393
Tschebyscheff mit 0,5 dB Welligkeit	11,16	0,089	2,236
Tschebyscheff mit 1,5 dB Welligkeit	20,80	0,046	2,698
Tschebyscheff mit 3 dB Welligkeit	43,43	0,025	3,628



**Bild 5: Simulierter Filterverlauf**

$$F(p) = \frac{1}{c1c2c3p^3 + 2c3(c1+c2)p^2 + (c1+3c3)p + 1}$$

Sollen diese Schaltungen gemäß der vorstehend beschriebenen Filterapproximationen dimensioniert werden, sind die Übertragungsfunktionen der Schaltung und der Approximation in Übereinstimmung zu bringen, d. h. die Koeffizienten vor der komplexen Variable p müssen identisch sein. Man kann ein Gleichungssystem aufstellen, das dann die Bauteilwerte liefert. Für die Schaltung 2ter Ordnung ist dies recht einfach. Soll die Schaltung beispielsweise als Butterworthfilter dimensioniert werden, müssen die folgenden Übertragungsfunktionen identisch sein:

$$F(p) = \frac{1}{c1c2p^2 + 2c2p + 1}$$

$$F(p) = \frac{1}{p^2 + 2p + 1}$$

Daraus ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

Gleichung 1:  $c1c2 = 1$   
 Gleichung 2:  $2c2 = 2$

Daraus erhält man die normierten Bauteilwerte für c1 und c2:

$c1 = 1,414$   
 $c2 = 0,707$

Im Anschluß daran folgt die Entnormierung, die die endgültigen Bauteilwerte der Filterschaltung liefert. Soll die Schaltung auf eine andere Filtercharakteristik dimensioniert werden, so sind die Koeffizienten des Gleichungssystems der entsprechenden Übertragungsfunktion zu entnehmen.

Für die Dimensionierung der Filterschaltung 3ter Ordnung ist das Gleichungssystem wesentlich schwerer zu lösen. Es ergeben sich 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten. Der einfachste Weg besteht darin, das Gleichungssystem mit Hilfe eines Mathematikprogramms zu lösen.

währte Auswahl bringen.

Filter 2ter und 3ter Ordnung lassen sich mit wenig Bauteilaufwand (lediglich 1 Operationsverstärker) realisieren. Für Filter höherer Ordnung sind dann mehrere OPs erforderlich.

Für den praktischen Einsatz stellen wir eine Platine mit optimiertem Layout vor, die wahlweise als Filter 2ter oder 3ter Ordnung dimensioniert werden kann. Für die Realisierung von Filtern höherer Ordnung müssen dann mehrere dieser Platinen kaskadiert werden.

Abbildung 3 zeigt das Schaltbild einer Filterstufe 2ter Ordnung. Die Referenzbezeichnungen der Bauteile r1, r2, c1 und c2 sind Kleinbuchstaben, da es sich um normierte Bauteilwerte handelt. Die Normie-

rung bringt erhebliche Vorteile bei der später noch ausführlich erläuterten Dimensionierung.

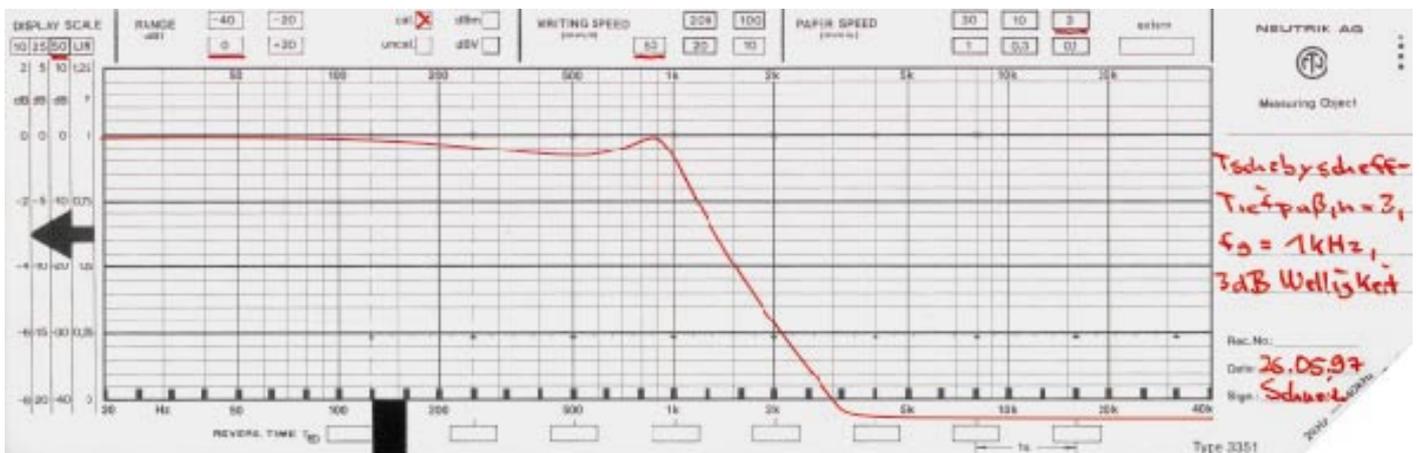
Die Übertragungsfunktion dieser Schaltung lautet:

$$F(p) = \frac{1}{c1c2p^2 + 2c2p + 1}$$

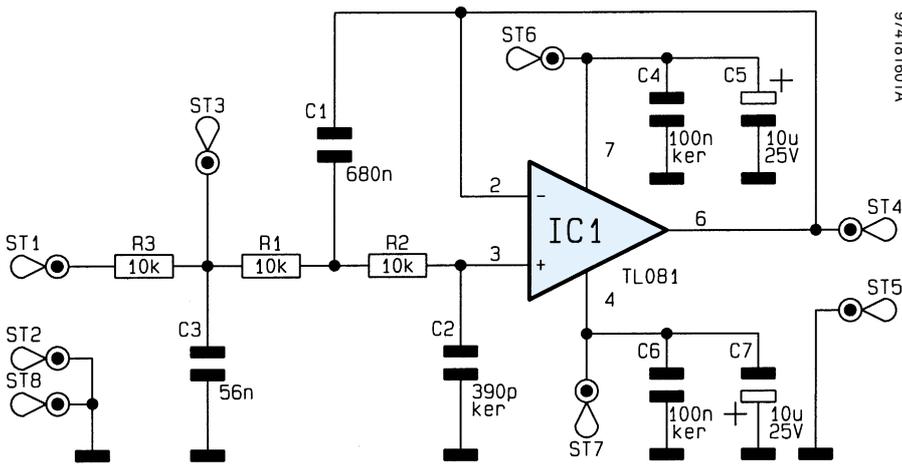
Hinweis: Die Widerstände „r“ sind aufgrund der Normierung zu „1“ gesetzt und tauchen deshalb nicht in der Übertragungsfunktion auf.

Abbildung 4 zeigt eine Filterschaltung 3ter Ordnung, realisiert mit einem OP ebenfalls in normierter Form.

Die Übertragungsfunktion dieser Schaltung lautet:



**Bild 6: Durch Messung ermittelte Übertragungsfunktion**



**Bild 7: Schaltbild der Universal-Filterschaltung**

Werte, so daß die nächstliegenden Werte aus der Normreihe gewählt werden.

- C1 = 680 nF
- C2 = 390 pF
- C3 = 56 nF

Eine Schaltungssimulation mit diesen Werten liefert den in Abbildung 5 dargestellten Filterverlauf. In Abbildung 6 ist zum Vergleich die gemessene Übertragungsfunktion dargestellt. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis.

Wir haben für beide Filterschaltungen bereits die Lösungen ermittelt. Tabelle 1 und Tabelle 2 können die normierten Bauteilwerte entnommen werden.

**Entnormierung**

Der Vorteil der Angabe der Bauteilwerte in normierter Form liegt darin, daß bei der Entnormierung Bezugswiderstand und Grenzfrequenz wählbar sind. D. h. eine Filterschaltung ist komplett berechenbar und kann anschließend auf verschiedene Grenzfrequenzen und Widerstände dimensioniert werden. Die Entnormierung für obige Filterschaltungen geht wie folgt vor sich:

1. Alle Widerstände der Schaltung weisen denselben Wert auf, der in bestimmten Grenzen frei wählbar ist. Dies ist der Bezugswiderstand  $R_b$ , z. B. 10 kΩ. Es können auch andere Werte gewählt werden, wichtig ist aber, daß die sich anschließend ergebenden Kapazitäten "vernünftige" Werte aufweisen.
2. Wahl der Grenzfrequenz  $f_g$ , z. B. 1 kHz
3. Der Wert der Bezugskapazität  $C_b$  errechnet sich aus  $R_b$  und  $f_g$ :

$$C_b = \frac{1}{2\pi f_g R_b} = 15,915 \text{ nF}$$

4. Die der Tabelle entnommenen normierten Kapazitätswerte sind mit der Bezugskapazität  $C_b$  zu multiplizieren. Damit ist die Dimensionierung abgeschlossen.

Beispiel:

Die Filterschaltung 3ter Ordnung (Abbildung 4) soll folgendermaßen dimensioniert werden:

- Filtercharakteristik: Tschebyscheff mit 3 dB Welligkeit im Durchlaßbereich
- Grenzfrequenz: 1 kHz

1. Wahl des Bezugswiderstandes  $R_b$  zu 10 kΩ
2. Grenzfrequenz  $f_g = 1 \text{ kHz}$
3. Bezugskapazität

$$C_b = \frac{1}{(2\pi f_g R_b)} = 15,915 \text{ nF}$$

4. Normierte Kapazitätswerte der Tabelle entnehmen:

- c1 = 43,43
- c2 = 0,025
- c3 = 3,628

Multiplikation mit der Bezugskapazität  $C_b$ :

- C1 = c1C<sub>b</sub> = 691,2 nF
- C2 = c2C<sub>b</sub> = 397,9 pF
- C3 = c3C<sub>b</sub> = 57,74 nF

Damit sind alle Bauteilwerte bestimmt. Es ergeben sich jedoch recht „krumme“

**Stückliste: Universal-Filterschaltung**

**Widerstände:**

10kΩ ..... R1-R3

**Kondensatoren:**

390pF/ker ..... C2  
 56nF ..... C3  
 100nF/ker ..... C4, C6  
 680nF ..... C1  
 10µF/25V ..... C5, C7

**Halbleiter:**

TL081 ..... IC1

**Sonstiges:**

Lötstifte mit Lötöse ..... ST1-ST8



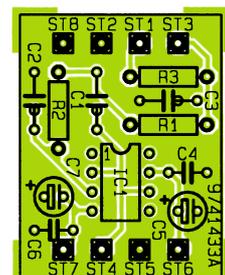
Fertig aufgebaute Platine

**Nachbau**

Betrachtet man die Schaltungen aus den Abbildung 3 und 4, erkennt man, daß diese sich lediglich durch das in Abbildung 4 vorgeschaltete Glied r3/c3 unterscheiden. Soll die Platine als Filter 2ter Ordnung verwendet werden, sind diese Bauteile nicht zu bestücken, und das Signal ist am Punkt ST 3 einzuspeisen. Abbildung 7 zeigt die Gesamtschaltung für die im Beispiel ausgeführte Dimensionierung. Diese Version ist auch als Bausatz verfügbar (1 kHz), wobei durch Änderung der Dimensionierung der Einsatz bis zur Grenzfrequenz von 100 kHz möglich ist.

Die 27 x 35 mm messende einseitige Platine ist anhand von Bestückungsplan, Platinenfoto und Stückliste zu bestücken. Wir beginnen mit den passiven Bauteilen, wie Widerständen, Kondensatoren und Lötstiften. Die Bauteile werden eingesetzt und die Anschlußbeine auf der Rückseite leicht auseinandergebogen. Anschließend erfolgt das Verlöten auf der Rückseite. Die Anschlußdrähte sind mit einem Seitenschneider zu kürzen, ohne daß dabei die Lötstellen beschädigt werden. Bei der Montage von IC 1 ist auf die Übereinstimmung der Markierungen im Bestückungsdruck und auf dem Bauteil zu achten. Damit ist der Nachbau abgeschlossen.

Im nächsten Teil dieses Artikels beschäftigen wir uns mit aktiven Filtern höherer Ordnung. **ELV**



Bestückungsplan der Platine