Gleitende Genauigkeit durch Fuzzy-Logik Teil 2

In den unscharfen Übergängen liegt der Gewinn

Nachdem in Teil 1 dieser Artikelserie beispielhafte Anwendungen und die Entwicklung der Theorie besprochen wurden, wollen wir uns im zweiten Teil mit den Grundlagen der Fuzzy-Logik befassen und das nötige Rüstzeug erarbeiten, um das im dritten Teil vorzustellende Fuzzy-Lern- und Simulationsprogramm gut verstehen zu können.

Allgemeines

Im ersten Teil haben wir vom „mitdenkenden" Automatik-Getriebe berichtet. Ein weiteres anschauliches Beispiel für umgangssprachliche, unscharfe Anweisungen soll dieses Thema noch vertiefen. Jeder kann sich sicherlich noch an seine erste Fahrstunde erinnern, als der Fahrlehrer so wohlmeinende Hinweise gab wie: „Kupplung langsam kommen lassen und gleichzeitig vorsichtig Gas geben" oder „zügig im Verkehr mitschwimmen" und „nicht so verkrampft hinter dem Lenkrad sitzen". Alles Aufforderungen, die sich im binären, zweiwertigen Zahlensystem nicht nachbilden lassen, da sie dafür zu vage, unscharf sind.

Grundlagen

Zur besseren Darstellung und zur verständlicheren Anschauung wählen wir zur Erläuterung der Prinzipien ein einfaches Beispielsystem: Eine frei bewegliche Kugel auf einer Wippe.

Lassen Sie uns für dieses Beispiel einen einfachen Fuzzy-Regler entwerfen: Unser Ziel soll sein, die Kugel im Mittelpunkt (Drehpunkt) der Wippe zu stabilisieren, wobei die Kugel aus jeder beliebigen Lage und jeder Anfangsgeschwindigkeit in kürzester Zeit in ihre Zielposition gelangen soll. Diese Aufgabe wird mit Hilfe der Fuzzy-Logik auch einem in Regelungstechnik völlig unerfahrenen Leser gelingen.

Der Entwurf eines unscharfen Reglers kann grob in folgende Schritte unterteilt werden:
- Festlegung der Eingangs- und Ausgangsvariablen
- Definieren von Zugehörigkeitsfunktionen
- Erstellen einer Regelbasis
- Festlegung der Inferenzstrategie
- Berechnung der scharfen Ausgangsgrößen.

Bevor wir beginnen, treffen wir noch einige Vereinbarungen. Regeln wollen wir den **Winkel** der Wippe (Ausgangsgröße); Dazu benötigen wir die **Position** der Kugel auf der Wippe sowie die **Geschwindigkeit** der Kugel (2 Eingangsgrößen). Um die Kugel in die Mitte der Wippe zu bewegen, müssen wir die Abweichung von der Zielposition kennen. Wir legen fest, daß es positive wie auch negative prozentuale Abweichungen im Wertebereich von -100% bis +100% geben kann. Unser Zielbereich 0% liegt somit genau in der Mitte. Weiterhin nehmen die Zugehörigkeitsfunktionen nur Werte im Bereich zwischen 0 und 1 an.

Um für alle Abweichungen gleiche Voraussetzungen zu schaffen, legen wir eine ungerade Anzahl von Zugehörigkeitsfunktionen fest: z. B. drei, wie in der Abbildung 2 gezeigt. Die mittlere Zugehörigkeitsfunktion oder auch Klasse Zero (ZR) trifft mit dem Zugehörigkeitswert 1 genau unseren Zielwert 0%; also genau die Kugel in der Mitte der Wippe. Die anderen Klassen lauten: NK: negativ klein; PK: positiv klein.

Würden wir fünf Klassen bilden, könnten sie heißen: NM: negativ mittel; NK: negativ klein; ZR: zero; PK: positiv klein; PM: positiv mittel.

Zero steht hier nicht für Null, sondern meint eine Zugehörigkeitsfunktion bzw. eine Klasse, die den Zielbereich definiert.

Nun müssen wir uns noch Handlungsanweisungen geben, die den Winkel so stellen, daß die Kugel ins Ziel kommt und dort bleibt. In unserem Beispiel haben wir die Eingangsgrößen Geschwindigkeit (NK: negativ klein; ZR: zero; PK: positiv klein) und Kugel-Position (NM: negativ mittel; NK: negativ klein; ZR: zero; PK: positiv klein; PM: positiv mittel), mit denen die

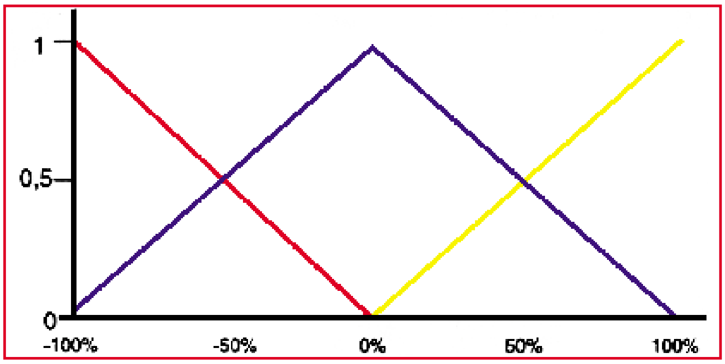


Bild 2: Zugehörigkeitsfunktionen

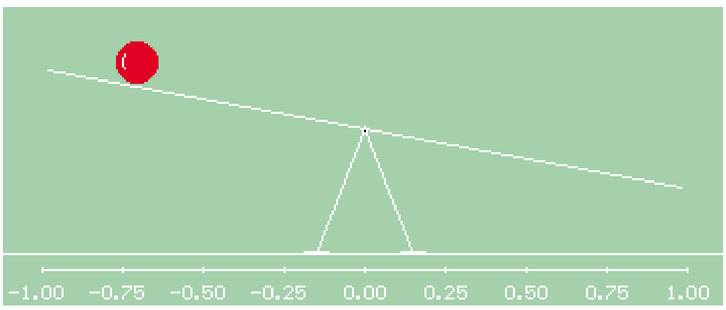


Bild 1: Prinzipdarstellung des Beispieles

Ausgangsgröße Winkel (NM: negativ mittel; NK: negativ klein; ZR: zero; PK: positiv klein; PM: positiv mittel) beeinflußt wird.

Es werden normierte Zugehörigkeitsfunktionen (Dreiecke) verwendet und lediglich UND-Regeln benutzt. Aus der Betrachtung von charakteristischen Situationen im Ablauf der Kugelbewegung und -position stellen wir Reaktionen für die

Wippenstellung auf, d. h., wir verfolgen einen heuristischen Ansatz zur Formulierung der Regeln:

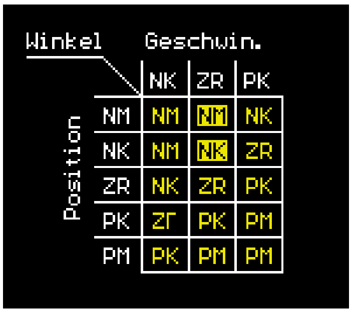
Liegt die Kugel auf der linken Wippenhälfte (Eingangsgrößen: Geschwindigkeit v = 0; negative Position x = NM), sollte die Wippe rechts unten geneigt sein (Ausgangsgröße: Winkel a = NM: negativ mittel), um die Kugel zur Mitte rollen zu lassen. Formal läßt sich diese Regel als:

Wenn v = ZR und x = NM dann α = NM

schreiben. Von den insgesamt 15 möglichen Kombinationen der Eingangsvariablen ziehen wir alle zur Formulierung von Regeln heran:

Wenn v = ZR und x = PK dann α = PK
Wenn v = ZR und x = PM dann α = PM
Wenn v = ZR und x = ZR dann α = ZR
Wenn v = ZR und x = NK dann α = NK
Wenn v = NK und x = PM dann α = PK
Wenn v = NK und x = PK dann α = ZR
Wenn v = NK und x = ZR dann α = NK
Wenn v = NK und x = NK dann α = NM
Wenn v = NK und x = NM dann α = NM
Wenn v = PK und x = PM dann α = PM
Wenn v = PK und x = PK dann α = PM
Wenn v = PK und x = ZR dann α = PK
Wenn v = PK und x = NK dann α = ZR
Wenn v = PK und x = NM dann α = NK

Übersichtlicher zeigt die zugehörige Regeltabelle den Sachverhalt an, wie sie in der Abbildung 3 zu finden ist.



Winkel / Position	Geschwin. NK	ZR	PK
NM	NM	NM	NK
NK	NM	NK	ZR
ZR	NK	ZR	PK
PK	Zr	PK	PM
PM	PK	PM	PM

Bild 3: Regeltabelle

Die folgenden Schritte führen in der Fuzzy-Logik und somit auch in unserem Beispiel zur Bestimmung des Wertes der Ausgangsgröße:

1. Für ein bestimmtes Wertepaar von Eingangsgrößen bestimmen wir den Grad der Zugehörigkeit für alle Klassen dieser Variablen.

2. Danach werden alle Regeln überprüft, ob die angegebene Verknüpfung für den vorliegenden Fall erfüllt ist, d. h., daß das Resultat der Verknüpfung der Zugehörigkeitswerte ungleich null ist (Erfülltheitsgrad). Im Falle einer UND-Regel bedeutet dies, daß der Erfülltheitsgrad der Regel sich aus dem kleinsten Erfülltheitsgrad der zur Regel gehörenden Eingangsklassen ergibt.

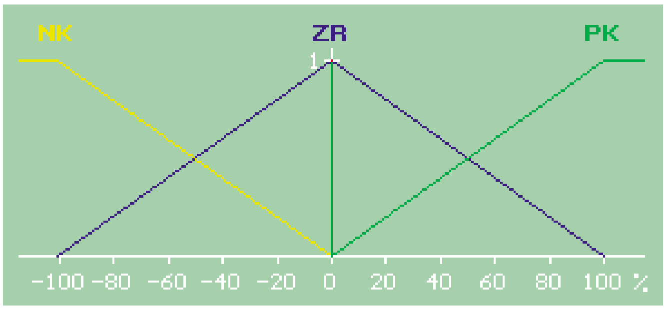


Bild 4: Zugehörigkeitsfunktion Geschwindigkeit

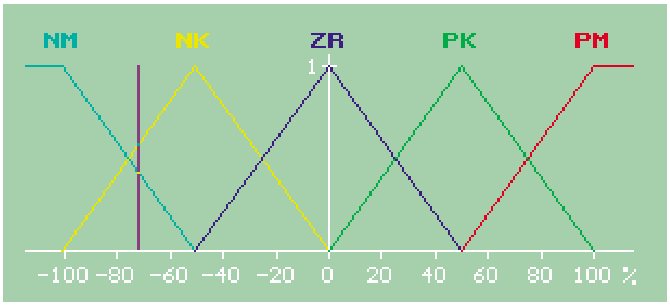


Bild 5: Zugehörigkeitsfunktion Position der Kugel

3. Für den Fall, daß mehrere Regeln auf eine Ausgangsklasse zutreffen, wird der höchste Erfülltheitsgrad der Ausgangsklasse letztlich zugeordnet. Somit benutzen wir hier die MAX-Methode zur Bewertung der Ausgangsklassen. Im Gegensatz dazu könnte auch der kleinste Wert herangezogen werden, wodurch eine MIN-Ausgangsklassen-Bewertungs-Methode verwendet würde. Abbildung 6 zeigt die resultierenden Werte der einzelnen Zugehörigkeitswerte in den jeweiligen Klassen der Ausgangsvariable als obere Begrenzung der ausgefüllten Bereiche.

4. Da aus dem Regelwerk eine Schlußfolgerung gezogen werden soll, gilt es, eine Inferenz-Vorschrift zur Bestimmung eines bestimmten Wertes der Ausgangsgröße festzulegen. Zwei Methoden stehen in der Literatur im Vordergrund:

MAX-MIN-Inferenz, bei der die einzelnen Klassen jeweils zu ihrem Erfüllungsgrad berücksichtigt werden (die ausgefüllten Bereiche in der Abbildung 6).

MAX-PROD-Inferenz, bei der die Zugehörigkeitsfunktionen der einzelnen Klassen jeweils mit ihrem Erfüllungsgrad multipliziert werden.

Die Unterschiede, die sich für die Fläche der resultierenden Bereiche ergeben, fallen im allgemeinen klein aus.

5. Da letztlich ein bestimmter Wert für die Steuergröße festzulegen ist, muß nach der Fuzzyfizierung das Gegenstück stattfinden: Aus den unscharfen Mengen ist ein scharfer Wert zu ermitteln (Defuzzyfizierung). Herangezogen wird hierzu meistens der Flächenschwerpunkt der unter Abbildung 6 gebildeten unscharfen Menge. Diese Wahl stellt sicher, daß ein ausgewogener charakteristischer Wert die Form dieser unscharfen Menge repräsentiert.

Es ergibt sich für unser Beispiel ein abgelesener Wert für den Winkel von -10,24°. Daß sich genau dieser Zahlenwert ergibt, liegt an der durch Regeltabelle und Zugehörigkeitsfunktionen vorgegebenen Zuordnung der unscharfen Mengen zu der Ausgangsgrundmenge.

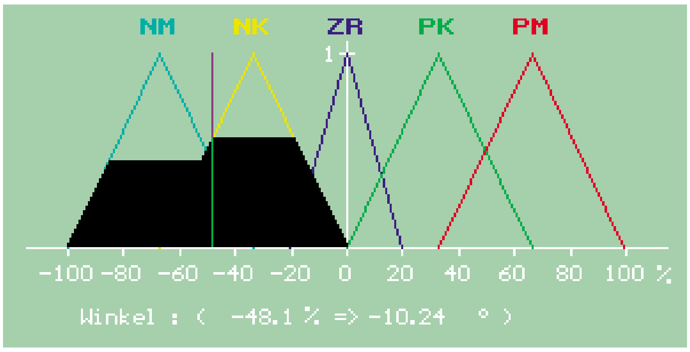


Bild 6: Defuzzyfizierung nach der MAX-MIN-Inferenz-Methode → scharfer Ausgabewert für den Winkel

Somit haben wir eine scharfe Ausgangsgröße als Funktion der scharfen Eingangsgrößen erhalten, obschon kein mathematisches Modell für die Regelung vorhanden ist.

Wie Sie diese Grundlagen im weiterführenden dritten Teil anwenden können, zeigt das Fuzzy-Simulationsprogramm, das wir Ihnen dann vorstellen werden. ELV

Autorenhinweis:
Tilo Könnecke, Detlef Puchert, Fachhochschule Braunschweig/Wolfenbüttel