

Grundlagen für die Elektronik

Teil 2: Widerstände und Widerstandsschaltungen

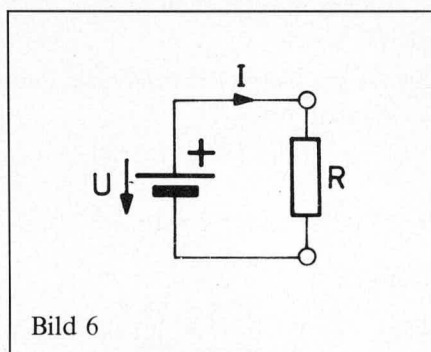
Im ersten Teil unseres Grundlagenkurses haben wir uns mit dem Wesen des elektrischen Stromes und mit der elektrischen Spannung vertraut gemacht. Der elektrische Widerstand, das erste wichtige Bauelement in der Elektronik, wurde ebenfalls in den Grundzügen behandelt. Bevor wir nun an die Berechnung der Widerstände und Widerstandsschaltungen gehen, muß das Ohmsche Gesetz ausführlich erläutert werden.

2. Das Ohmsche Gesetz

Das bekannteste und wohl wichtigste Gesetz der Elektrotechnik ist das Ohmsche Gesetz. Es stellt den Zusammenhang zwischen dem Strom I und der Spannung U innerhalb eines Stromkreises dar. Wie in Kapitel 1.3 beschrieben, ist die Spannung die Ursache für das Fließen eines Stromes. Dabei ist die Größe des Stromes abhängig von der Größe der Spannung.

Man kann sich vorstellen, daß der Strom um so größer ist, je größer die Spannung (also der Druck auf die Elektronen) ist. Aber noch ein weiterer Faktor ist für die Größe des Stromes maßgeblich.

In Kapitel 1.6 wurde bereits erwähnt, daß der Widerstand in einem Stromkreis die Höhe des fließenden Stromes begrenzt. Bild 6 zeigt einen solchen Stromkreis.

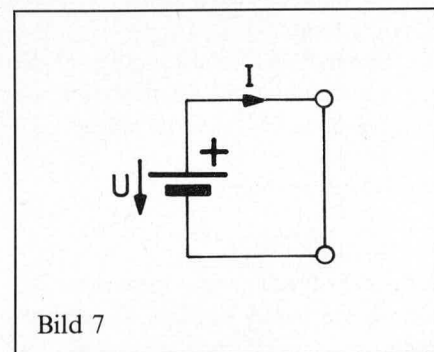


Daraus ergibt sich das Ohmsche Gesetz:

Der Strom I wird um so größer, je größer die Spannung und je kleiner der Widerstand ist.

Die Formel lautet: $I = \frac{U}{R}$

Der größte Strom fließt also beim kleinsten Widerstand. Das ist beim sog. Kurzschluß (Bild 7) der Fall.



Der kleinste Widerstand setzt sich hierbei aus dem Innenwiderstand der Spannungsquelle und den Leitungswiderständen zusammen.

Die Formel für das Ohmsche Gesetz gilt streng genommen nur für Gleichstrom. Bei der Behandlung des Wechselstromes werden wir feststellen, daß diese Gesetzmäßigkeit noch genauer formuliert werden muß.

3. Schaltung von Widerständen

In der Schaltungspraxis treten die verschiedensten Arten von Widerstandskombinationen auf. Sie setzen sich aus zwei einfachen Grundschaltungen zusammen: der Reihenschaltung und der Parallelschaltung.

3.1. Gesetze der Reihenschaltung

Bild 8 zeigt die Anordnung einer Reihenschaltung mit zwei Widerständen. Wir können daraus bereits einige Gesetze ablesen.

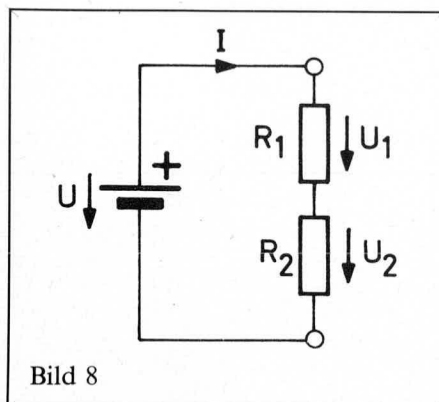


Bild 8

Weil der Strom sich nirgends verzweigt, gilt:

A. In der Reihenschaltung ist der Strom I überall gleich.

B. In der Reihenschaltung ist die Summe der Teilspannungen gleich der angelegten Spannung.

$$U = U_1 + U_2 + \dots$$

Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes können wir den Gesamtwiderstand der Reihenschaltung berechnen. Für zwei Widerstände gilt:

$$U = I \cdot R = U_1 + U_2$$

$$U = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 = I \cdot (R_1 + R_2)$$

Daraus folgt:

C. In der Reihenschaltung ist der Gesamtwiderstand so groß wie die Summe der Teilwiderstände.

$$R = R_1 + R_2 + \dots$$

Aus der Beziehung

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + R_2} \quad \text{oder} \quad I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

läßt sich durch Umstellung der Gleichung noch ein weiteres Gesetz ableiten.

D. In einer Reihenschaltung verhalten sich die Teilspannungen wie die zugehörigen Einzelwiderstände.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

3.2. Gesetze der Parallelschaltung

Bild 9 zeigt die Anordnung der Parallelschaltung mit zwei Widerständen. Auch hier können wir einige Gesetzmäßigkeiten anhand der Schaltung ablesen.

A. An parallel geschalteten Widerständen liegt dieselbe Spannung U .

Im Gegensatz zur Reihenschaltung kann sich der Strom hier verzweigen, d. h.:

B. In der Parallelschaltung ist die Summe der Teilströme so groß wie der Gesamtstrom.

$$I = I_1 + I_2 + \dots$$

Über das Ohmsche Gesetz erhalten wir aus der Beziehung $U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$ durch Umstellung:

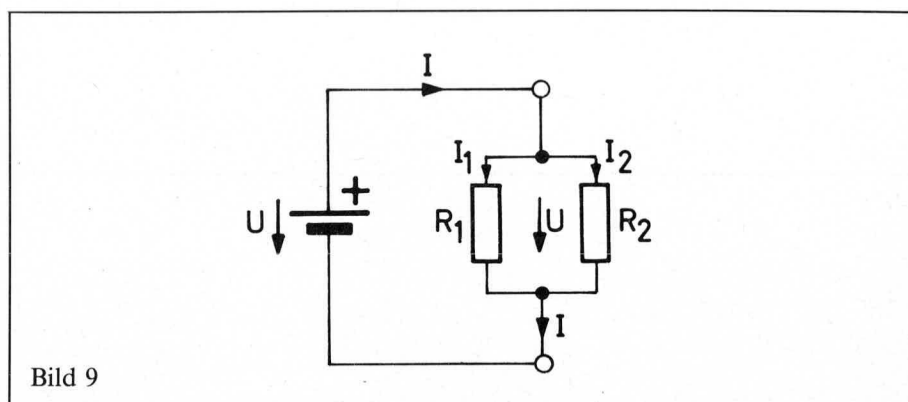


Bild 9

C. In einer Parallelschaltung verhalten sich die Teilströme umgekehrt wie die zugehörigen Widerstände.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Die Berechnung des Gesamtwiderstandes erfordert schon etwas mehr Rechenaufwand. Wir wollen diese Berechnung trotzdem für den mathematisch interessierten Leser für eine Parallelschaltung mit zwei Widerständen durchspielen. Dazu muß wieder das Ohmsche Gesetz erhalten.

$$I \cdot U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$$

$$II. \quad I = I_1 + I_2$$

Setzen wir Formel II in Formel I ein, so erhalten wir:

$$(I_1 + I_2) \cdot R = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$$

Aus I. folgt:

$$I_1 = I \cdot \frac{R}{R_1} \quad \text{und} \quad I_2 = I \cdot \frac{R}{R_2}$$

dann ist

$$I = I_1 + I_2 = I \cdot \frac{R}{R_1} + I \cdot \frac{R}{R_2}$$

$$= I \cdot \left(\frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} \right)$$

$$I = \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} = R \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

D. In einer Parallelschaltung ist der Gesamtleitwert so groß wie die Summe der Einzelleitwerte.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Unter dem Leitwert G versteht man den Kehrwert des Widerstandes.

$$G = \frac{1}{R}$$

Bei nur zwei parallel geschalteten Widerständen läßt sich die Formel zur Berechnung des Gesamtwiderstandes durch Umstellung noch vereinfachen.

$$\text{Man erhält: } R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

3.3. Der Spannungsteiler

Mit den Kenntnissen der Reihen- und Parallelschaltung sind wir jetzt in der Lage, eine häufig vorkommende Anordnung zu berechnen, den Spannungsteiler. Benutzt wird er, um von einer festen Spannung U einen bestimmten Teil U_2 abgreifen zu können. Das Schaltbild eines Spannungsteilers zeigt Bild 10a, das Schaltbild eines nach dem gleichen Prinzip arbeitenden regelbaren Potentiometers Bild 10b.

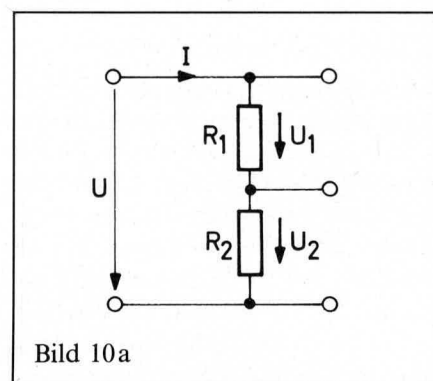


Bild 10a

Das Potentiometer besteht aus der Reihenschaltung von R_1 und R_2 . Ist kein Verbraucher R_V an die Versorgungsspannung U_2 angeschlossen, so ist der Gesamtwiderstand $R = R_1 + R_2$. Sobald der Spannungsteiler (unser Potentiometer) belastet wird, d. h. sobald ein Verbraucher mit dem Widerstand R_V angeschlossen wird, besteht der Gesamtwiderstand der Schal-

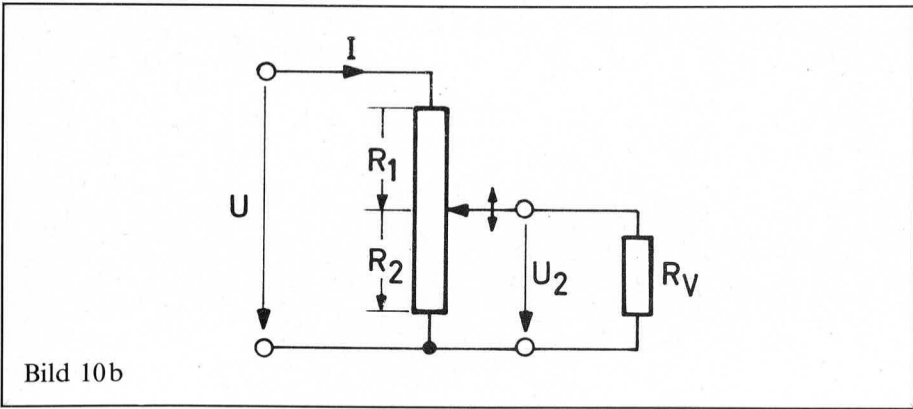


Bild 10b

ung aus einer Parallelschaltung von R_2 und R_V , in Reihe“ mit R_1 . Somit ergibt sich:

$$R = \frac{R_2 \cdot R_V}{R_2 + R_V} + R_1$$

Für den Fall, daß der Widerstand R_V den Spannungsteiler kaum belastet, kann die Formel wieder zu $R = R_1 + R_2$ vereinfacht werden.

Das gilt, falls R_V sehr viel größer ist als R_2 , was nach dem Ohmschen Gesetz bedeutet, daß durch den Verbraucher ein zu vernachlässigender kleiner Strom fließt.

Unter R_V sehr viel größer als R_2 ist zu verstehen:

R_V ungefähr $100 \cdot R_2$ oder größer. Der maximale auftretende Fehler beträgt dann 1 %.

3.4. Normwerte für Widerstände

Wollen wir die von uns errechneten Widerstände kaufen, werden wir feststellen, daß nicht alle Werte erhältlich sind. Wir müssen uns also für den nächstkleineren oder -größeren Widerstandswert entscheiden.

Durch eine sinnvolle Einteilung der Normwerte wurde allerdings erreicht, daß innerhalb der Widerstandstoleranzgrenzen fast jeder erforderliche Wert erhältlich ist oder sich andernfalls durch Reihenschaltung kombinieren läßt.

Handelsübliche Widerstände besitzen Toleranzen von 5 % oder 10 %. Enger tolerierte Bauteile sind entsprechend teurer. Die Normwerte der Widerstände können den folgenden Tabellen entnommen werden.

Reihe E 6

Widerstand in Ω , k Ω , M Ω

1	10	100
1,5	15	150
2,2	22	220
3,3	33	330
4,7	47	470
6,8	68	680

Reihe E 12

Widerstand in Ω , k Ω , M Ω

1	10	100
1,2	12	120
1,5	15	150
1,8	18	180
2,2	22	220
2,7	27	270
3,3	33	330
3,9	39	390
4,7	47	470
5,6	56	560
6,8	68	680
8,2	82	820

3.5. Widerstandsberechnung eines Leiters

Zum Schluß der Widerstandsberechnung soll noch erklärt werden, wie man einen selbstentwickelten Drahtwiderstand berechnen kann.

Dazu überlegen wir folgendes: Die Größe des Widerstandes R muß von verschiedenen Faktoren abhängen.

- von dem Material des Widerstandsdrahtes,
- von der Menge (Länge) des Drahtes und
- von der Dicke (Querschnitt) des Drahtes.

Ein typisches Widerstandsmaterial ist Konstantan. Mißt man zwei gleich lange und gleich dicke Drähte aus Konstantan und Kupfer mit einem Widerstandsmeßgerät, so stellt man fest, daß der Konstantandraht einen 28mal größeren Widerstand hat als der Kupferdraht. Diese Materialabhängigkeit wird als spezifischer Widerstand ρ bezeichnet. Da der Wert ρ für Kupfer

$$0,01785 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$$

beträgt und für Konstantan

$$0,5 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}},$$

stellen wir fest:

- Je größer der spezifische Widerstand ρ , um so größer der Widerstand R .

Um den Einfluß der Drahtlänge auf den Widerstand zu klären, machen wir folgendes Gedankenexperiment:

Gießt man in ein kurzes Rohr einen Liter Wasser, so kommt am Ende auch ungefähr die gleiche Menge wieder heraus. Nur ein geringer Teil befeuchtet die Innenwände des Rohres und geht damit verloren. Bei einem sehr langen Rohr bleibt ein größerer Teil des Wassers auf der Strecke.

Bei unserem Widerstandsdraht ist es der Strom, der auf der Strecke bleibt, indem er den Draht erwärmt. Bei langen Drähten geht mehr Strom durch die Erwärmung des Leiters verloren als bei kurzen.

Wir stellen fest: Je länger der Draht, desto kleiner der Strom. Erinnern wir uns an das Ohmsche Gesetz, so bedeutet das für den Widerstand:

- Je länger der Draht, desto größer der Widerstand.

Auch für die Betrachtung der Querschnittsabhängigkeit nehmen wir das Wasser zur Hilfe. Durch ein dickes Rohr fließt in der gleichen Zeit und bei gleichem Druck mehr Wasser als durch ein dünnes Rohr. Durch einen dicken Draht fließt demnach bei gleicher Spannung mehr Strom als durch einen dünnen Draht.

Das bedeutet für den Widerstand:

- Je größer der Querschnitt, desto kleiner der Widerstand.

Die Erkenntnisse A, B und C ergeben das folgende Gesetz:

Der Widerstand eines Leiters ist abhängig vom spezifischen Widerstand ρ , von der Länge L des Drahtes und seinem Querschnitt A .

Die entsprechende Formel lautet:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

R ergibt sich stets in Ohm, wenn L in m und A in mm^2 eingesetzt werden. Beispiel: Gegeben ist ein Konstantandraht der Länge $L = 1$ m mit dem Querschnitt $A = 0,1 \text{ mm}^2$. Der spez. Widerstand ρ beträgt:

$$0,5 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} = \frac{0,5 \cdot 1}{0,1} = 5 \Omega$$

Falls ein Widerstandsmeßgerät vorhanden ist, kann man seine Berechnungen leicht nachprüfen.

Neben den Widerständen gibt es noch weitere wichtige Bauteile wie Kondensatoren und Spulen, denen wir unsere nächste Folge widmen müssen, um danach in die Wechselstromtechnik einsteigen zu können.